

## MATEMATYKA:

### Zakres tematyczny:

#### I. Wyrażenia wymierne:

- Określanie dziedziny wyrażenia wymiernego,
- Skracanie wyrażeń wymiernych,
- Działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie),
- Równania wymierne.

#### II. Prawdopodobieństwo:

- Własności prawdopodobieństwa,
- Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń,
- Reguła mnożenia.

#### III. Stereometria:

- Własności oraz obliczanie pól i obwodów figur płaskich,
- Graniastopy – własności, obliczanie pola powierzchni i objętości,
- Ostrosłupy - własności, obliczanie pola powierzchni i objętości.

### Przykładowe zadania:

#### I. Wyrażenia wymierne.

##### Zad. 1.

Dane są wielomiany:  $u(x)=4x^3 + 2x^2 - 1$ ,  $w(x)=2x^3 - x^2 + 2$ ,  $p(x)=3x - 4$ .

Wyznacz wielomian  $v$ :

a)  $v(x) = u(x) + 3 w(x)$

c)  $v(x) = p(x) \cdot w(x)$

b)  $v(x) = 2 u(x) - w(x)$

d)  $v(x) = [p(x)]^2 - 3 u(x)$

##### Zad.2.

Wykonaj działania:

a)  $(2x + 1)^2$

b)  $(4 - 5x)^2$

c)  $(3x - 4)(3x + 4)$

d) zapisz wielomian w prostszej postaci

$(x + 2)^2 + 12x(x + 1) - 2(3x + 2)^2 - (2x + 3)(2x - 3) =$

##### Zad. 3.

Rozłóż wielomian na czynniki.

a)  $x^3 - 5x^2 + 6x =$

b)  $4x^2 - 16 =$

c)  $x^4 + 6x^3 + 9x^2 =$

d)  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 =$

e)  $4x^3 - x =$

##### Zad.4.

Rozwiąż równania:

a)  $(2x-1)(x+2)(3x+2)(x-1)^2=0$

c)  $-x^2 + 3x + 18 = 0$

b)  $x^3 - 3x + 21 = 7x^2$

d)  $x^5 - 121x^3 = 0$

e)  $x^3 + 5x = 0$

##### Zad. 5.

Określ dziedzinę wyrażeń wymiernych.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{1}{x+1}, & \text{d)} \frac{x^2}{x^2-5x+6}, & \text{g)} \frac{1}{x^2+3x+4}, \\ \text{b)} \frac{2x-1}{x^2-1}, & \text{e)} \frac{x+1}{2x+6}, & \text{h)} \frac{x^4+2}{x^4-16}. \\ \text{c)} \frac{x-5}{x^2}, & \text{f)} \frac{1}{x^2+1}, & \end{array}$$

### Zad. 6.

Skróć wyrażenia wymierne. Napisz potrzebne założenia.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{3x^2}{2x}, & \text{e)} \frac{a+ab}{a+ac}, & \text{i)} \frac{2x^3+8x^2+8x}{10x^2+20x}, \\ \text{b)} \frac{12y^3}{15y}, & \text{f)} \frac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}, & \text{j)} \frac{x^2-x-6}{x^2-5x+6}, \\ \text{c)} \frac{5z^2-3z}{4z^3-z^2}, & \text{g)} \frac{t^2-1}{t-1}, & \text{k)} \frac{x^2+2x-15}{2x^2+2x-24}. \\ \text{d)} \frac{4t^4+10t^3}{6t^2-8t^3}, & \text{h)} \frac{1-a}{a-1}, & \end{array}$$

### Zad. 7

Wykonaj działania. Podaj założenia.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{x+1}{2x+3} + \frac{x+2}{2x+3} = & \text{e)} \frac{x-2}{3x+3} + \frac{2x+1}{2x+2} = & \text{i)} \frac{x+1}{x^2-2x+1} + \frac{3}{4x-4} = \\ \text{j)} \frac{4x+1}{x^2-3x} - \frac{5}{2x-6} = & \text{j)} \frac{2x+1}{3x^2-12} - \frac{x-1}{2x^2+4x} = & \frac{2x-8}{x^2-8x+16} - \frac{3x-16}{2x^2-32} = \\ \text{a)} \frac{x}{4x+4} + \frac{x+1}{6x-6} - \frac{x^2+1}{3x^2-3} = & \text{c)} \frac{3}{4x^2-10x+4} + \frac{2}{1-4x^2} - \frac{1}{4x^2-12x+8} = & \\ \text{b)} \frac{x}{x^2-6x-16} - \frac{x-3}{x^2-8x} + \frac{x+4}{4x^2+8x} = & & \\ \text{a)} \frac{3x-5}{x^2+3x} \cdot \frac{2x^2-7x}{6x-10} = & \text{d)} \frac{2x-4}{3x+9} \cdot \frac{2x-1}{5x-10} \div \frac{4x-2}{15x+45} = & \\ \text{b)} \frac{4x^2-9}{4x-9} \div \frac{4x^2+12x+9}{9-4x} = & \text{e)} \frac{2x^2+x-3}{2x^2+2x-24} \div \frac{2x+3}{4x^2-12x} \div \frac{x^2-x}{x+4} = & \\ \text{c)} \frac{x^2+x-6}{x+5} \div \frac{x-2}{x^2+2x-15} = & \text{f)} \frac{2x-2}{x-2} \cdot \frac{x^2-7x+10}{4x^2-4} \cdot \frac{5x+5}{x-5} = & \end{array}$$

### Zad. 8.

Rozwiąż równania.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{2x+1}{x-2} = 3, & \text{b)} \frac{3x+4}{x-2} = \frac{x+8}{x+5}, & \text{c)} \frac{x^2-2x+7}{x+2} = 2, & \text{d)} \frac{4}{x+3} - \frac{3}{x+1} = \frac{2x-5}{x^2+4x+3}, \\ \frac{3x-2}{2x+1} = -2, & \frac{-3x+4}{x-1} = \frac{4}{x-4} - 3, & \frac{3x^2+7x+4}{x+1} = 5, & \frac{x-3}{x-1} + \frac{x+2}{x-4} = \frac{18}{x^2-5x+4}, \\ \frac{-x+3}{4x-5} = \frac{2}{3}, & \frac{x+1}{2x+3} = \frac{2x+1}{3x+2}, & \frac{2z-3}{x^2-4x+4} = -1, & \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}, \\ \frac{3x-5}{-6x+7} = -\frac{1}{2}, & \frac{x+5}{2x-6} = \frac{2x-7}{3x-9}, & \frac{4x+6}{2x^2+x-3} = 4, & \frac{x-1}{x-3} + \frac{x+10}{x-4} + \frac{2}{x^2-7x+12} = 0. \end{array}$$

### Zad. 9

Dane jest wyrażenie wymierne  $W(x) = \frac{x+2}{x-a}$ , o którym wiadomo, że  $W(2) = W(-3)$ .

Wyznacz liczbę a.

## II. Prawdopodobieństwo.

### Zad. 1.

Rzucamy dwa razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn oczek uzyskanych w obu rzutach wyniesie co najmniej 30.

### Zad. 2.

Ze zbioru  $\{2,4,5,6,7,8,9,11,12,15,16,20\}$  losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest parzysta lub podzielna przez 4.

### Zad. 3.

Rzucono 5 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, że reszka lub orzeł wypadły co najmniej jeden raz.

**Zad. 4.**

Z talii 52 kart losujemy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowano trefla lub damę.

**Zad. 5.**

a) Zdarzenia A i B są zdarzeniami losowymi takimi, że  $A \subset B$  oraz  $P(A) = \frac{2}{5}$ ,  $P(B) = \frac{3}{5}$ . Oblicz

$P(A \cup B)$ .

b) A i B są zdarzeniami losowymi zawartymi w  $\Omega$  takimi, że  $P(A) = \frac{2}{13}$ ,  $P(B) = \frac{7}{13}$  i

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ . Oblicz prawdopodobieństwo iloczynu tych zdarzeń.

**Zad. 6**

W urnie są 2 kule czerwone, 3 białe i 5 zielonych. Losujemy dwa razy po jednej kuli bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że wyjmemy kule różnych kolorów.

**Zad. 7**

Asia, Krysia, Ewa i Natalia poszły do kina.

a) Na ile sposobów mogą zająć wykupione miejsca na widowni?

b) Oblicz prawdopodobieństwo, że Ewa i Natalia usiadły koło siebie.

**Zad. 8.**

Jakie jest prawdopodobieństwo, że ustawiając w przypadkowej kolejności litery:

A,A,A,A,K,N,R, ułożymy słowo KARAWANA?

### III. Stereometria.

**Zad. 1.**

a) Oblicz pole trójkąta równoramiennego w którym ramię ma długość 20 a wysokość 15.

b) Oblicz pole trójkąta równobocznego o wysokości 8.

c) Oblicz pole trójkąta prostokątnego równoramiennego

o przeciwprostokątnej 12.

**Zad. 2.**

Dany jest trapez prostokątny o kącie ostrym  $\alpha$ , dłuższej podstawie a, krótszej podstawie b i wysokości h. Oblicz obwód i długości przekątnych tego trapezu, jeśli:

a)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $a = 8$  cm,  $h = 6\sqrt{3}$  cm,

b)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $b = 10$  cm,  $h = 4$  cm.